

# TENTAMEN INLEIDING LOGICA

21 januari 2011

- ☛ Het A-deel bestaat uit 5 opgaven en het B-deel uit 4 opgaven.
- ☛ Studenten wijbogenserte hoeven alleen het A-deel van het tentamen te maken, overige studenten moeten zowel het A-deel als het B-deel maken. Iedere student wijbogenserte die ook het B-deel wil maken en een cijfer wil op basis van zowel het A-deel als het B-deel moet dit duidelijk bovenaan het tentamen aangeven.
- ☛ Zet uw volledige naam, studentnummer en studierichting linksboven. Zet uw naam en nummer ook op eventuele vervolgsbladen.
- ☛ Gebruik een zwarte of een blauwe pen (dus geen potlood, rode pen of marker).
- ☛ Laat onder uw naam op de eerste bladzijde tien regels open. Trek dan een streep en schrijf verder alleen daaronder.
- ☛ Vergeet niet de anonieme evaluatie in te vullen en in te leveren.
- ☛ U hoeft alleen maar uw uitwerking in te leveren. De tentamenopgaven en kladpapier mag u meenemen.
- ☛ Tentamens kunnen worden ingezien tijdens de nabespreking op 25 februari van 13:15-14:00 in zaal X111.0022.

---

VEEL SUCCES!

## A-Deel

**A1: vertalen propositielogica (9 punten)** Vertaal onderstaande zinnen in de taal van de propositielogica. Atomaire zinnen moeten worden weergegeven met hoofdletters. Vergeet uw vertaalsleutel niet.

- a. Als er iemand op Sheldon's plek zit, dan waardeert Sheldon dit niet, tenzij hij er niet is.
- b. Hoewel Howard zich bezighoudt met het versieren van vrouwen is het Leonard gelukt Penny te veroveren.
- c. Rajesh kan niet met vrouwen praten dan en slechts dan als hij geen alcohol heeft gedronken en niet denkt dat hij alcohol heeft gedronken.

**A2: vertalen predikatenlogica (9 punten)** Vertaal onderstaande zinnen in de taal van de predikatenlogica. Vergeet uw vertaalsleutel niet. Het discussiedomein (*domain of discourse*) bestaat uit alle mensen.

- a. Zowel Yvonne als José hebben een oogje op Gijsbert en beide vinden ze Frank ook wel leuk, maar alleen Yvonne heeft ook een brief aan Frank geschreven.
- b. Alle boeren worden door ten minste één vrouw leuk gevonden.
- c. Alleen als Gijsbert paarden houdt, houden alle vrouwen van hem, tenzij Gijsbert tarantula's houdt.

**A3: formele bewijzen (20 punten)** Geef formele bewijzen voor de volgende gevolgtrekkingen. Vergeet de rechtvaardigingen niet.

$$\text{a. } \left| \begin{array}{l} B \vee (D \wedge E) \\ (B \vee E) \rightarrow C \\ \hline C \vee D \end{array} \right.$$

$$\text{b. } \left| \begin{array}{l} \hline \neg((A \vee B) \wedge \neg A \wedge \neg B) \end{array} \right.$$

$$\text{c. } \left| \begin{array}{l} A \leftrightarrow (B \wedge D) \\ D \rightarrow (\neg A \wedge C) \\ \hline (A \vee B) \rightarrow \neg(C \wedge D) \end{array} \right.$$

$$\text{d. } \left| \begin{array}{l} \exists x \forall y R(x, y) \\ \hline \exists x \exists y R(x, y) \end{array} \right.$$

$$\text{e. } \left| \begin{array}{l} \exists x P(x) \rightarrow \forall x Q(x) \\ \hline \forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \end{array} \right.$$

**A4: waarheidstabels (12 punten)** Beantwoord met behulp van waarheidstabels de volgende vragen. Schrijf telkens de hele waarheidstafel op en motiveer telkens uw antwoord.

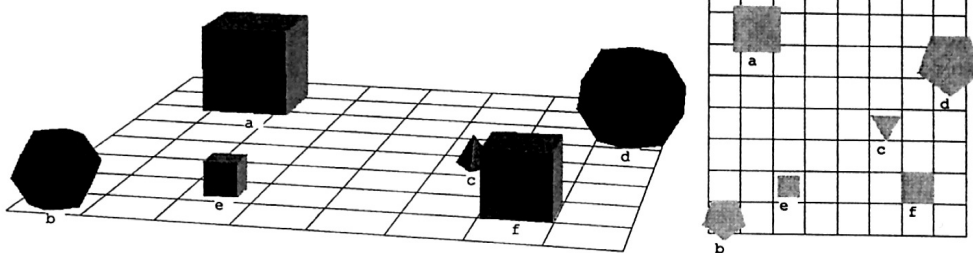
a. Is  $((A \wedge B) \leftrightarrow B) \vee \neg(\neg B \rightarrow A)$  een logische waarheid? Neem aan dat  $A$  logisch volgt uit  $B$ . Geef duidelijk aan welke rijen pseudorijen zijn.

b. Zijn  $\neg(\neg(A \wedge B) \vee (A \leftrightarrow C))$  en  $\neg(A \rightarrow C)$  tautologisch equivalent?

c. Is het volgende redeneerschema tautologisch geldig?

$$\left| \begin{array}{l} ((A \wedge B) \vee C) \leftrightarrow D \\ B \vee D \\ \hline \neg A \vee \neg C \end{array} \right.$$

**A5: Tarski's World (20 punten)**



In de bovenstaande wereld zijn c en e klein, b en f middelgroot, en a en d groot.

a. In de bovenstaande wereld is het voor elke dodecaëder zo dat er niks rechts van staat of niks links van staat. Hoe kan dit met een formule worden uitgedrukt in de taal van Tarski's World?

b. Geef van onderstaande formules aan of ze waar zijn in bovenstaande wereld van Tarski's World.

- (i)  $\text{Small}(e) \leftrightarrow a = a$
- (ii)  $\text{Medium}(c) \rightarrow \text{RightOf}(d, a)$
- (iii)  $(\text{Cube}(a) \vee \neg \text{Large}(b)) \wedge (\text{FrontOf}(e, f) \vee \text{BackOf}(b, e))$
- (iv)  $\forall x((x = a \vee x = c) \rightarrow \neg \text{Dodec}(x))$
- (v)  $\exists x(\text{Dodec}(x) \wedge \neg(\text{Medium}(x) \vee \text{Large}(x)))$
- (vi)  $\neg \exists x(\text{SameRow}(x, f) \wedge \text{FrontOf}(x, a))$
- (vii)  $\forall x(\text{Tet}(x) \rightarrow \text{SameSize}(e, x))$
- (viii)  $\exists x \exists y \exists z \text{Between}(x, y, z)$
- (ix)  $\forall x \forall y(\text{SameRow}(x, y) \rightarrow \text{SameShape}(x, y))$
- (x)  $\forall x \forall y(\text{SameSize}(x, y) \rightarrow \neg \text{SameShape}(x, y))$

c. Leg uit hoe u uitgaande van de gegeven wereld van Tarski's World de volgende zin waar kunt maken, waarbij u precies een object van vorm mag veranderen.

$$\exists x \exists y (x \neq y \wedge \text{Tet}(x) \wedge \text{Tet}(y))$$

## B-Deel

### B1: Normaalvormen propositielogica (4 punten)

- a. Geef een negatie-normaalvorm (NNF) van  $\neg((P \rightarrow Q) \wedge \neg Q)$ . Laat hierbij de tussenstappen zien.
- b. Geef een conjunctieve-normaalvorm (CNF) van  $\neg(P \wedge Q) \leftrightarrow R$ . Laat hierbij de tussenstappen zien.

### B2: Normaalvormen predikatenlogica (9 punten)

- a. Geef de Prenex normaalvorm van de volgende formule. Laat hierbij de tussenstappen zien.  
 $\forall x(P(x) \wedge \exists y Q(x, y)) \rightarrow \exists y R(y)$
- b. Geef een Skolem-normaalvorm voor de volgende formule. Laat hierbij de tussenstappen zien.  
 $\forall x(P(x) \leftrightarrow \exists y Q(x, y))$

c. Van de volgende twee zinnen staat er een in Hornvorm en de ander niet. Geef aan welke een Horn-zin is en licht toe waarom de andere zin geen Horn-zin is. Onderzoek de Horn-zin op vervulbaarheid met behulp van het Horn-algoritme. Als u de conditionele vorm prefereert, kunt u ook het vervulbaarheidsalgoritme voor conditionele Horn-zinnen gebruiken.

- (i)  $Q \wedge (R \vee \neg S) \wedge \neg R \wedge (Q \vee \neg S \vee P) \wedge (\neg Q \vee P)$
- (ii)  $Q \wedge (R \vee \neg S) \wedge \neg R \wedge (\neg Q \vee S \vee \neg P) \wedge (\neg Q \vee P)$

**B3: Vertalen functiesymbolen (8 punten)** Geef een vertaling van de volgende zinnen. Gebruik hierbij de gegeven vertaalsleutel. Het domein is de verzameling van alle mensen, getallen en vakken.

*tentamen*( $x$ ): het tentamen van  $x$   
*minutengeleerd*( $x, y$ ): het aantal minuten dat  $x$  heeft geleerd voor  $y$

*GroterDan*( $x, y$ ):  $x$  is groter dan  $y$   
*MoelijkkerDan*( $x, y, z$ ):  $x$  vindt  $y$  moeilijker dan  $z$   
*HaaltVoldoende*( $x, y$ ):  $x$  haalt een voldoende op  $y$

*inlog*: Inleiding Logica  
*calc*: Calculus  
*autsys*: Autonome Systemen  
*linda*: Linda

- Linda vindt het tentamen van Calculus moeilijker dan het tentamen van *Autonome Systemen*.
- Iemand heeft geen voldoende gehaald op het tentamen van Inleiding Logica.
- Als je een voldoende haalt op het tentamen van Calculus, dan haal je ook een voldoende op het tentamen van Autonome Systemen.
- Als je Inleiding Logica moeilijker vindt dan Calculus, dan leer je langer voor dat tentamen dan voor het tentamen van Calculus.

**B4: Semantiek (9 punten)** Stel je een model  $\mathfrak{M}$  voor dat bestaat uit het domein  $\mathfrak{M}(\forall) = \{Darkwing\ Duck, Kwekkelien, Turbo\ McKwek\}$ . Er zijn drie constanten,  $d$  (Darkwing Duck),  $k$  (Kwekkelien) en  $t$  (Turbo McKwek). Er zijn drie predikaatsymbolen: een tweepplaatsig predikaatsymbool  $H$  ("Helpt"), een tweepplaatsig predikaatsymbool  $A$  ("Heeft geadopteerd") en een eenplaatsig predikaatsymbool  $V$  ("Volwassen").

- $\mathfrak{M}(d) = Darkwing\ Duck$ ,
- $\mathfrak{M}(k) = Kwekkelien$ ,
- $\mathfrak{M}(t) = Turbo\ McKwek$ ,
- $\mathfrak{M}(H) = \{\langle Turbo\ McKwek, Darkwing\ Duck \rangle, \langle Kwekkelien, Darkwing\ Duck \rangle\}$ ,
- $\mathfrak{M}(A) = \{\langle Darkwing\ Duck, Kwekkelien \rangle\}$ ,
- $\mathfrak{M}(V) = \{Darkwing\ Duck, Turbo\ McKwek\}$ .

Laat  $b$  een bedeling zijn zodat  $b(x) = Kwekkelien$ ,  $b(y) = Darkwing\ Duck$ , en  $b(z) = Turbo\ McKwek$ .

Laat van de volgende drie beweringen zien of ze al dan niet waar zijn. Volg daarbij stap voor stap de waarheidsdefinitie.

- $\mathfrak{M} \models (H(x, y) \wedge A(y, z)) \rightarrow V(t)[b]$
- $\mathfrak{M} \models \forall x(\neg H(x, y) \leftrightarrow V(y))[b]$
- $\mathfrak{M} \models \forall y \exists x(\neg(H(y, z) \wedge V(z)) \rightarrow \neg A(x, y))[b]$